EXTINÇÃO NO MODELO PREDADOR-PRESA ESTOCÁSTICO

T. V. RODRIGUES LIMA[1], O. E AIELO[2]

RESUMO: O modelo predador-presa descrever a dinâmica interação entre duas espécies, por meio, das equações de Lotka-Volterra, entretanto, no modelo sem a estocasticidade não é observado extinção, pois tais equações apresentam oscilações com amplitudes periódicas entre as populações, diferente do modelo estocásticos, que devido à aleatoriedade dos eventos, proporciona oscilações com amplitudes variáveis. Sendo essas oscilações responsáveis por desestabilizar o sistema predador-presa e leva-lo a extinção de uma das espécies.

PALAVRAS-CHAVE: DINÂMICA POPULACIONAL, LOTKA VOLTARRA, MONTE CARLO

INTRODUÇÃO

Alfred J. Lotka e Vito Volterra, independentemente, desenvolveram as primeiras descrições matemáticas das interações predador-presa durante os anos de 1920. O modelo de Lotka-Volterra prevê oscilações nas abundâncias das populações de predador e presa. O modelo calcula a taxa de variação na população de presas e a taxa de variações na população de predadores como se cada uma fosse influenciada pela abundância da outra (RICKLEFS, 2013; BOYCE, 2006).

As equações propostas por Lotka e Volterra não descrevem completamente as complexas relações existentes na natureza, entretanto é um modelo simples e um importe passo para entender os complexos fenômenos de interação que acontece na natureza. Uma melhor descrição dessa dinâmica das populações de predador-presa pode ser observada com a introdução da estocasticidade ao sistema (BEGON, 2007, TOME, 2001).

[1] Estudante, Curso Superior em Licenciatura em Ciências Biológicas, IFSP Câmpus Barretos, Av. C-1, 250, CEP 14.781-502, Barretos, SP, tiagoventura01@hotmail.com

[2] Professor, Prof. Doutor, IFSP Câmpus Barretos, Av. C-1, 250, CEP 14.781-502, Barretos, SP, aiello@ifsp.edu.br

MATERIAIS E MÉTODOS

Primeiramente realizou-se a solução numérica do conjunto de equações 1, por meio do método Range-Kutta de 4° ordem (modelo não estocástico) e posteriormente a simulação Monte Carlo do sistema predador-presa (modelo estocástico). Utilizou-se a linguagem de programação FORTRAN, tanto para simulação, quanto para solução numérica das equações 1. Para a simulação Monte Carlo, estabeleceu-se uma rede (100 x 100) definindo-se os seguintes estados possíveis para o sistema: 0 para um sitio vazio, 1 para um sitio ocupado por uma presa, 2 para um sitio ocupado por um predador. Definiu-se as taxas de transição por meio do conjunto de equações 1 e seguiu-se os seguintes passos:

a) Gerou-se a configuração inicial de 4000 predadores e 2000 presas.

b) Escolheu-se aleatoriamente um sítio e verifica-se o seu estado;

- Se o sítio estiver vazio, ele poderá ser ocupado por uma presa (nascimento de presas) como segue:

  i) Determinou-se a probabilidade de transição T_{ij}

  ii) Sorteou-se um número aleatório ξ com distribuição uniforme entre 0 e 1.

  iii) Se $T > \xi$ a nova configuração é aceita. E atualizou-se o tempo.

  iv) O número de presas é acrescido em uma unidade.

- Se o sitio estiver ocupado por uma presa, poderá ser alterado para predador (predação), seguindo os mesmos passos i), ii) e iii).

  iv) O número de presas é diminuído de uma unidade e o de predadores é acrescido de uma unidade.

- Se o sitio estiver ocupado por um predador, poderá ser alterado para vazio (morte de predador), seguindo os mesmos passos i), ii) e iii).

  iv) O número de predadores é diminuído de uma unidade e o número de vazios aumenta de uma unidade.

c) A simulação continua a partir de b).

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \left(\frac{xa}{Nv}\right)Nv - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} &= \beta xy - cy \\ \frac{dNv}{dt} &= cy - \left(\frac{xa}{Nv}\right)Nv \end{aligned} \qquad (1)$$

em que, x e y – são respectivamente população de presas e predadores, a – taxa de crescimento da população de presas na ausência de predadores, c – taxa de morte dos predadores na ausência de presa, β – taxa de decréscimo de presas devido a encontro com predadores ou taxa de crescimento de predadores devido à predação, Nv – número de vazios na rede.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos resultados estocásticos observa-se oscilações típicas do modelo predador-presa, entretanto, pode-se verificar amplitudes máximas e mínimas diferentes ao longo do tempo (figura 1), diferente dos resultados da solução do modelo não estocástico, em que as oscilações possuem amplitudes e periocidade constantes ao longo do tempo (figura 2).

Figura 1 Oscilações das populações de predadores e presas para o modelo estocásticos.

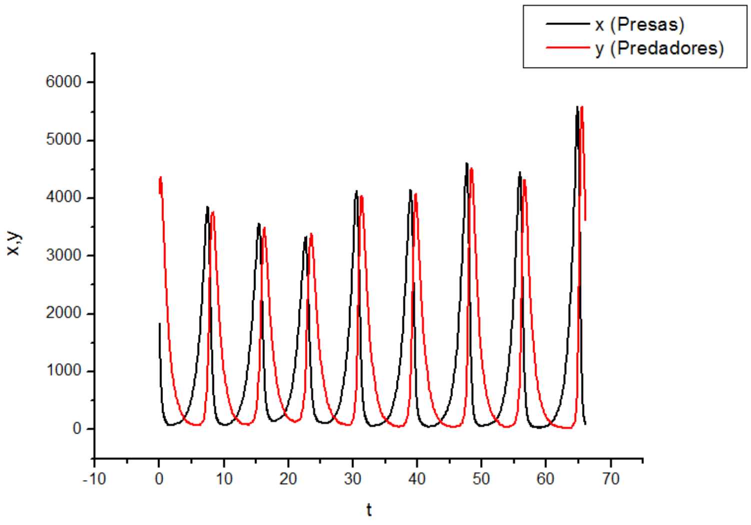
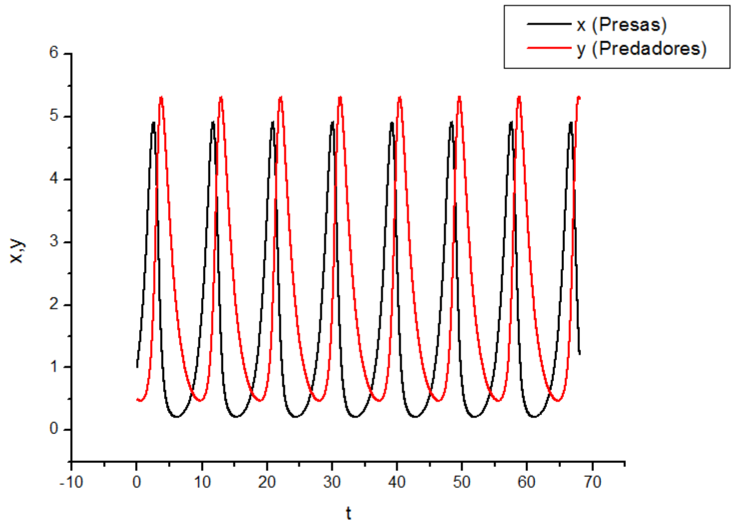


Figura 2 – Oscilações das populações de predadores e presas para o modelo não estocástico



A figura 3 apresenta um dos possíveis resultados gerados pelo modelo estocástico, a extinção de uma das espécies, condição estudada por Parker (2010) e Hoz (2012), que por meio do modelo estocástico estudaram o tempo médio de extinção. Na solução do modelo estocástica a populações de presas chegou a um valor que causou um desiquilíbrio no sistema, assim, levando-o a extinção da espécie de predadores para tempo maiores que 300 ($t > 300$), condição observada na figura 4.

Figura 3 – Modelo estocástico com extinção

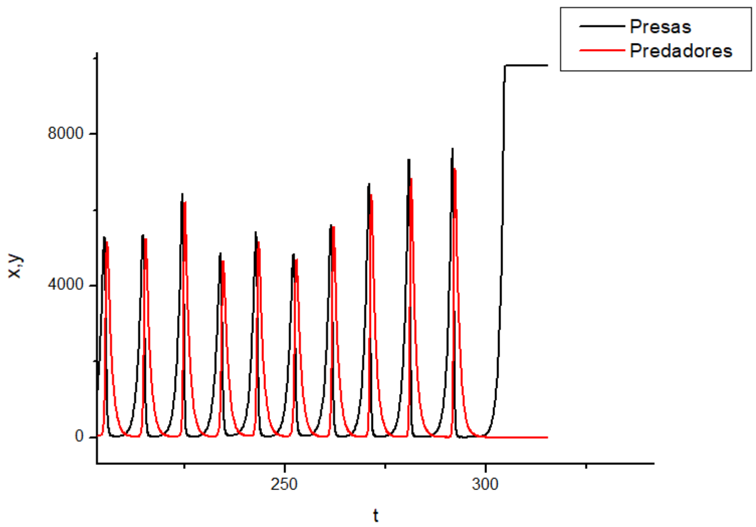
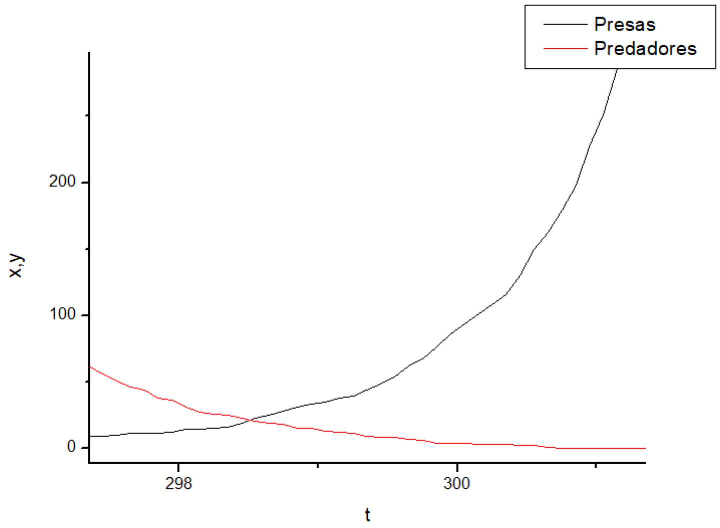
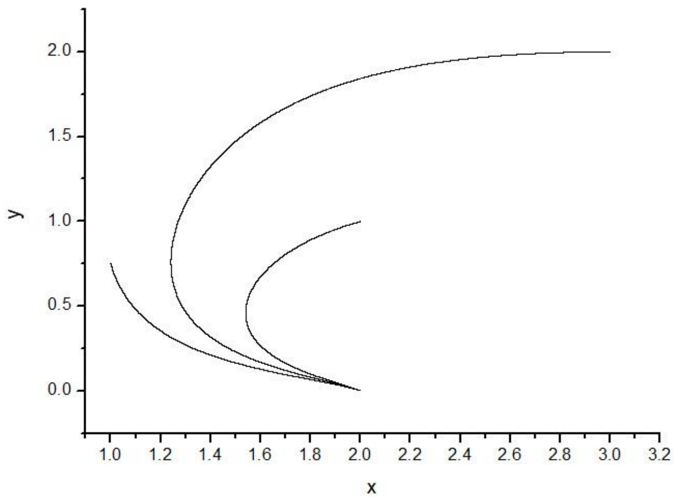


Figura 4 – Zoom na região que ocorre a extinção no modelo estocástico



A extinção de uma espécie nunca será observada no modelo predador presa não estocástico, exceto no caso do modelo predador-presa aprimorado (BOYCE, 2006; SOBRINHO, 2015), onde usa-se um termo que promove saturação na população de presas e aumenta-se o valor da constante que determina a dependência da sobrevivência da população de predador em função da população de presas, resultando na extinção dos predadores e a saturação de presas (figura 5).

Figura 5 - Modelo predador-presa aprimorado, apresentando extinção de uma espécie, solução para 3 condições iniciais de x (presa) e y (predador) diferentes. Nota-se o campo de direções do sistema y = 0 e x = 2,0



.

CONCLUSÕES

Com os resultados apresentados pela simulação (estocástico), podemos concluir que naturalmente a população de uma espécie pode extinguir a outra, dependendo da pressão causada de uma sobre a outra, diferente do modelo determinístico (não estocástico), em que não ocorre a extinção. Outros fatores, como a ação humana e mudanças ambientais, podem interferir nas populações dessas espécies, desestabilizando sensivelmente o sistema e levando-o a extinção de uma das espécies. Lembrando que esse sistema representa somente a interação entre uma espécie consumidora y (predador) que se alimente de uma espécie x (presa), e a x se alimenta de outro tipo de comida, sendo que, as relações entre populações podem ser muito mais complexas, envolvendo diversas espécies, assim como, fatores como coevolução que ajudaria manter o sistema equilibrado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEGON, M; HARPER, J. L; TOWNSEND, C. R. **Ecologia: de indivíduos a ecossistemas. Editora** Artmed: Porto Alegre, 2007.

BOYCE, W. E; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. LTC: Rio de Janeiro, 2006.

HOZ, F; VADILLO, F. A mean extinction-time estimate for a stochastic Lotka–Volterra predator–prey model. **Journal of Applied Mathematics and Computation**, Vol. 219, 2012.

PARKER, M. KAMENEV, A. Mean Extinction Time in Predator-prey Model. **Journal of Statistical Physics**, Vol. 141, 2010.

RICKLEFS, P; RALYEA, R. **Economia da Natureza**. Guanabara Koogan: Rio de Janeiro, 2016.

TOMÉ, T; OLIVEIRA, M. J. **Dinâmica estocástica e irreversibilidade**. EDUSP: São Paulo, 2001.

SOBRINHO, A. S. O; et. al. **Modelagem Matemática e Estabilidade de Sistemas Predador-Presa**, 2015. Disponível em: < https://arxiv.org/abs/1504.06244> acesso: 15 de set. 2017.